MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 4
11.11.2019

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Sei $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0, y \geq 0 \text{ und } \ x^2 + y^2 \leq 4\}$ und

$$f : D \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x(x^2 + y^2 - 1) - \frac{1}{2}y^2.$$

Skizzieren Sie $D \subset \mathbb{R}^2$ und bestimmen Sie alle globalen Extremstellen von f.

2. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) = y^4 - 3xy^2 + x^3.$$

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion f.

3. Sei Q das abgeschlossene Quadrat im $\mathbb{R}^2$ mit den Eckpunkten

$$(0, 0), \quad (-1, 1), \quad (-2, 0), \quad (-1, -1),$$

und

$$f : Q \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x \cdot e^{x+y}.$$

Skizzieren Sie Q und begründen Sie, weshalb f (auf Q) ein Maximum und ein Minimum annimmt. Bestimmen Sie das Maximum und ein Minimum von f.

4. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine stetig partiell differenzierbare Funktion, deren partielle Ableitungen 1. Ordnung überall positiv sind. Zeigen Sie, daß die Funktion

$$h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad h(t) = f\left(t, t^3\right),$$

kein lokales Extremum besitzt.

Für die Tutorien vom 11.11. und 13.11.19